. बूलियन बीजगणित (Boolean Algebra)

द्विआधारी (Binary) चरों के बीजगणित को बूलियन बीजगणित कहते हैं। द्विआधारी चरों को बूलियन चर (Boolean variables) भी कहते हैं। जिसमें दो चर 0 तथा 1 होते हैं। इसमें OR, AND एवं NOT क्रियाएँ ही सम्भव हैं। इसमें OR क्रिया के लिये संकेत (+) तथा AND क्रिया के लिये संकेत (·) का उपयोग किया जाता है। संकेत (–) को NOT क्रिया के लिये प्रयुक्त करते हैं।

डिजिटल निकाय के निवेशी तथा निर्गत चरों के सम्बन्धों को व्यक्त करने के लिये सत्य सारणी तथा बूलियन व्यंजकों का महत्त्वपूर्ण उपयोग होता है। डिजिटल ऑपरेशन को प्रदर्शित करने के लिये आवश्यक परिपथ को लघुत्तम करने का प्रयास किया जाता है। इसके लिये बूलियन व्यंजकों का उपयोग किया जाता है तथा इसे लघु करने हेतु बूलियन प्रमेय सहायक होते हैं, जो कि निम्न हैं—

(A) OR नियम

(i) $A + 0 = A$

व्याख्या— यदि $A = 0$ हो तो $0 + 0 = 0$

यदि $A = 1$ हो तो $1 + 0 = 1$

दोनों OR गेट की सत्य सारणी के अनुरूप हैं।

(ii) $A + 1 = 1$

व्याख्या— यदि $A = 0$ हो तो $0 + 1 = 1$

यदि $A = 1$ हो तो $1 + 1 = 1$

दोनों OR गेट की सत्य सारणी के अनुरूप हैं।

(iii) $A + A = A$

व्याख्या— यदि $A = 0$ हो तो $0+0=0$

यदि $A = 1$ हो तो $1+1=1$

दोनों OR गेट की सत्य सारणी के अनुरूप हैं।

(iv) $A + \overline{A} = 1$

व्याख्या— यदि $A = 0$ हो तो $0+\overline{0}=1$

या $0+1=1$

यदि $A = 1$ हो तो $1+\overline{1}=1$

या $1+0=1$

दोनों OR गेट की सत्य सारणी के अनुरूप हैं।

(B) AND नियम

(i) $A.0=0$

व्याख्या— यदि $A = 0$ हो तो $0.0=0$

यदि $A = 1$ हो तो $1.0 = 0$

दोनों AND गेट की सत्य सारणी के अनुरूप हैं।

(ii) $A.1 = A$

व्याख्या— यदि $A = 0$ हो तो $0.1 = 0$

यदि $A = 1$ हो तो $1.1 = 1$

दोनों AND गेट की सत्य सारणी के अनुरूप हैं।

(iii) $A.A = A$

व्याख्या— यदि $A = 0$ हो तो $0.0 = 0$

यदि $A = 1$ हो तो $1.1 = 1$

दोनों AND गेट की सत्य सारणी के अनुरूप हैं।

(iv) $A.\overline{A} = 0$

व्याख्या— यदि $A = 0$ हो तो $0.\overline{0} = 0$

$\therefore$ $0.1 = 0$

यदि $A = 1$ हो तो $1.\overline{1} = 0$

$\therefore$ $1.0 = 0$

दोनों AND गेट की सत्य सारणी के अनुरूप हैं।

(C) NOT नियम

(i) $\overline{0}=1$ (ii) $\overline{1}=0$

(iii) यदि $A=0$ हो तो $\overline{A}=1$

(iv) यदि $A=1$ हो तो $\overline{A}=0$

(v) $\overline{\overline{A}}=0$

NOT नियम को सम्पूरकता का नियम भी कहते हैं।

(D) क्रमविनिमय नियम (Commutative Law)

(i) $A+B=B+A$ (ii) $A.B=B.A$

(E) साहचर्य नियम (Associative Law)

(i) $(A+B)+C=A+(B+C)=A+B+C$

(ii) $(A.B).C=A.(B.C)=A.B.C$

(F) वितरण नियम (Distributive Law)

(i) $A.(B+C)=A.B+A.C$

(ii) $A+B.C=(A+B).(A+C)$

(G) अन्य नियम (Other Laws)

(i) $A + A.B = A$

(ii) $A.(A + B) = A$

(iii) $A + \overline{A}B = A + B$

(iv) $A.(\overline{A} + B) = AB$

(v) $(A + B)(A + \overline{B}) = A$

(vi) $AB + \overline{A}C = (A + C).(\overline{A} + B)$

(vii) $(A + B)(\overline{A} + C) = AC + \overline{A}B$

(viii) $AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$

(ix) $(A + B)(\overline{A} + C)(B + C) = (A + B)(\overline{A} + C)$